PART2　関数のグラフと x 軸の共有点

2　関数 $y=mx^2+2x+1$ …… ①について，次の問いに答えよ。

(1)　①のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

(2)　①のグラフが x 軸と接するとき，その接点の座標を求めよ。

Point Pickup

2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸の共有点の個数は, 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の異なる実数解の個数である。判別式 $D=b^2-4ac$ において

$D>0 \Longleftrightarrow$ 異なる 2 点で交わる

$D=0 \Longleftrightarrow$ (1 点で)接する

$D<0 \Longleftrightarrow$ 共有点をもたない

第 5 講　PART2　確認問題

関数 $y=mx^2-4x+2$ ……(＊) について，次の問いに答えよ。

ただし，m は定数とする。

1 (＊)のグラフと x 軸の共有点の個数を求め，空欄に当てはまる最も適切なものを選べ。

[ア] のとき　2個

[イ] のとき　1個

[ウ] のとき　0個

① $m<0$　② $m<2$

③ $m>0$　④ $m>2$

⑤ $m<0,\ 0<m<2$　⑥ $0<m<2,\ 2<m$

⑦ $m=0$　⑧ $m=2$　⑨ $m=0,\ 2$

2 (＊)のグラフが x 軸と接するとき，その接点の座標を求めよ。

([エ], [オ])

PART2　関数のグラフと x 軸の共有点

2　関数 $y=mx^2+2x+1$ …… ①について，次の問いに答えよ。

(1)　①のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

(2)　①のグラフが x 軸と接するとき，その接点の座標を求めよ。

(1)　$m=0$ のとき

①は　$y=2x+1$

よって，①のグラフと x 軸の共有点の個数は　1 個

$m\neq 0$ のとき

①は 2 次関数を表す。

2 次方程式 $mx^2+2x+1=0$ の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=1^2-m\cdot 1=-m+1$$

$-m+1>0$ つまり $m<1$ のとき $D>0$ より，①のグラフと x 軸の共有点の個数は 2 個

$-m+1=0$ つまり $m=1$ のとき $D=0$ より，①のグラフと x 軸の共有点の個数は 1 個

$-m+1<0$ つまり $m>1$ のとき $D<0$ より，①のグラフと x 軸の共有点の個数は 0 個

以上より

$m<0$，$0<m<1$ のとき 2 個

$m=0$，1 のとき 1 個

$m>1$ のとき 0 個

(2)　①のグラフが x 軸と接するのは，(1)より $m=1$ のとき

このとき①は $y=x^2+2x+1=(x+1)^2$ より，求める接点の座標は $(-1,\ 0)$

第 5 講　PART2　確認問題 解答

1　**[正解]** ア：⑤，イ：⑨，ウ：④

[解説]

$m=0$ のとき [A]

(＊)は　$y=-4x+2$

よって，(＊)のグラフと x 軸の共有点の個数は

1個

$m \neq 0$ のとき

(＊)は2次関数を表す。

2次方程式 $mx^2-4x+2=0$ の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-m\cdot 2=-2m+4$$ [B]

$-2m+4>0$ つまり $m<2$ のとき

$D>0$ より，(＊)のグラフと x 軸の共有点の個数は2個

$-2m+4=0$ つまり $m=2$ のとき

$D=0$ より，(＊)のグラフと x 軸の共有点の個数は1個

$-2m+4<0$ つまり $m>2$ のとき

$D<0$ より，(＊)のグラフと x 軸の共有点の個数は0個

以上より

$m<0$，$0<m<2$ のとき　2個

$m=0$，2のとき　1個

$m>2$ のとき　0個

[A]　$m=0$ のとき，$mx^2-4x+2=0$ は1次方程式であるから，判別式を用いて考えることはできない。そのため，場合分けをして考えておく。

[B]　$f(x)=ax^2+bx+c$ とすると，2次関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の個数は，2次方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数である。判別式 $D=b^2-4ac$ について次表のようにまとめることができる。

D	$f(x)=0$ の実数解の個数	$y=f(x)$ と x 軸の共有点
$D>0$	異なる2つの実数解	異なる2点で交わる
$D=0$	1つの実数解(重解)	(1点で)接する
$D<0$	実数解なし	共有点をもたない

2 [正解] エ：1，オ：0

[解説]

(＊)のグラフが x 軸と接するのは，2 次方程式

$mx^2-4x+2=0$ の判別式 D について，

$\frac{D}{4}=-2m+4=0$ すなわち $m=2$ のときである。

このとき，(＊)は　$y=2x^2-4x+2=2(x-1)^2$ [C]

よって，求める接点の座標は　**(1，0)**

[C]　2 次関数 $y=f(x)$ のグラフが x 軸と接するとき，2 次方程式 $f(x)=0$ は重解をもち，接点の x 座標はその重解である。